

付録 F 授業中のワークシートの回答例

第 1 回授業

(1) 図形を真上から見ると、DとFが重なって見える。  
 $AD = BD = CD$  より、  
 DとFは重なって見えるので、  
 $AF = BF = CF$   
 つまりFを中心とした円はA、B、Cを通る外接円となる。

(1)  $AD, BD, CD$  は長さ  $r$  の半径、  
 かつ  $\triangle ABC$  に外接する円の半径である。  
 よって D は外接円の中心であり、  
 D の外側で F である。

(2)  $\triangle DFA$  と  $\triangle DFB$ 、と  $\triangle DFC$  において  

$$\begin{cases} DF = DF = DF \\ \angle DFA = \angle DFB = \angle DFC = \angle C \\ BD = AD = CD \end{cases}$$
  
 より 直角三角形 4つ  
 $\triangle DFA \cong \triangle DFB \cong \triangle DFC$   
 より  $AF = BF = CF$   
 (外心は各頂点から等距離)

第 2 回授業

(1) ①「1つの直線  $l$ 、および  $l$  上にない 1 点  $P$  を含む平面」が必ず存在し、かつただ一つに決まる時。  
 ②「相交わる 2 直線  $l, m$  とを含む平面」も必ず存在することを証明せよ。  
 (証明) 直線  $m$  上の点  $Q$  と交点以外の点  $R$  をとると、①の状態になる。  
 直線  $l$  は  $Q$  と  $R$  を通る直線であるため、 $l$  と  $Q$  と  $R$  を通る平面は必ず存在する。  
 よって、 $l, m$  とを含む平面は必ず存在する。

(2) ①「1つの直線  $l$ 、および  $l$  上にない 1 点  $P$  を含む平面」が必ず存在し、かつただ一つに決まる時。  
 ③「平行な 2 直線  $l, m$  を含む平面」も必ず存在することを証明せよ。  
 直線  $m$  上に任意の点  $P$  をとれば、  
 $l$  とその直線  $l$  上にない点  $P$  を含む平面が必ず存在する。  
 つまり、その平面は必ず存在する。

第 3 回授業

交点の重複数を仮定すると、  
 直線  $l$  はその点を通るので、直線  $l$  は平面  $\alpha$  上にある。  
 = 4 の条件に反する。  
 交点は  $n = 1$  一つ

第 5 回授業

問題 1  
 定理 6 について、前提や結論を変えることで新しく別の命題を作ってみよ。また、それが真であるか、偽であるかを予想してみよ。  
 (可能なら説明してみよ。)

新しく作った命題  
 前提: 直線  $l$  と平面  $\alpha$  が平行。  
 結論: 直線  $l$  に平行な直線  $m$  は  $\alpha$  上。  
 真か偽か: 偽  
 (証明) 逆例。つまり、題意の証明は終了。

# 第7回授業

$\triangle OAB$ において、三垂線の定理より  $AB \perp OP$  ①  
 $\triangle OAB$ は  $OA=OB$ となる二等辺三角形なので(条件より)  
 下図のようになる。 $\triangle OAP, \triangle OBP$ において、直角三角形の斜辺以外の二辺  
 $OP=OP$ が等しいので(①より)  $\triangle OAP \cong \triangle OBP$  ... ②  
 ②より  $AP=BP$

三垂線の定理より  $OP \perp AB$   
 $\triangle OAB$ は  $OA=OB$ の二等辺三角形である。  
 二等辺三角形の頂角から下した垂線は  $AB$ を二等分するので、  
 $P$ は  $AB$ の中点である。

$PR \perp l$  かつ  $PS \perp l$  のとき、 $QR \perp l$  ではないと仮定  
 すると、 $RS \perp l$  となる点  $S$  をとると  
 したがって、三垂線の定理より  $PS \perp l$   
 したがって、 $P$  から  $l$  へ下した垂線は一つに限るはずだが、  
 $PR \perp l$ 、 $PS \perp l$  と垂線が二つ存在する。  
 よって矛盾が生じるため、 $QR \perp l$ 。